

Maestría en Ciencias con Especialidad en  
Computación y Matemáticas Industriales  
Proceso de admisión 2021  
Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), A.C.  
Examen de Matemáticas  
(Tiempo: 2 horas)

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Instrucciones:

- Escriba lo más claro posible para que al digitalizar las respuestas sean legibles.
- Escriba su nombre en cada hoja.
- Resuelva cada problema en hojas independientes.
- Justifique lo más precisamente posible todas sus respuestas.

**Problema 1** [ 1.0 puntos ]

Suma las siguientes fracciones y simplifica el resultado:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

**Problema 2** [ 1.0 puntos ]

La función  $S(n)$  se define para enteros positivos como la suma de los dígitos de  $n$ . Por ejemplo  $S(712) = 7 + 1 + 2$ . ¿Cuál es el valor de  $S(1) + S(2) + S(3) + \dots + S(99)$ ?

**Problema 3** [ 1.0 puntos ]

Sea  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ . Busca una matriz  $\mathbf{A}$  tal que:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + x_1x_2 - 2x_1x_3$$

y que los elementos de la matriz denotados por  $a_{ij}$  cumplan que  $a_{ij} = a_{ji}, \forall i \neq j$ .

**Problema 4** [ 1.5 puntos ]

Sea  $f(x, y) = cxy$ , si  $0 \leq x \leq 2y \leq 10$  y 0 en los demás casos. Calcula  $c$  tal que el volumen de la región acotada por la superficie definida por  $f$  y el plano horizontal  $xy$  sea 1.

**Problema 5** [ 1.5 puntos ]

¿Cuál es el valor máximo de  $x$  (si existe) de todas las  $(x, y)$  que satisfacen las siguientes desigualdades?

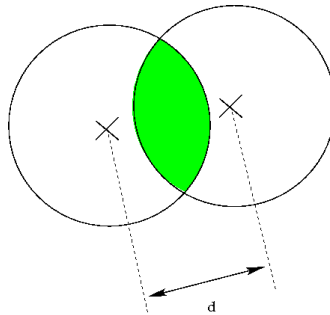
$$2x + 3y \leq 23$$

$$x + 2 \leq 3y$$

$$3y + 1 \leq 4x$$

**Problema 6** [ 2.0 puntos ]

Sean dos círculos de radio  $R$ , calcula el área de su intersección (en verde) si la distancia entre los centros es  $d = \sqrt{3}R$ .



**Problema 7** [ 2.0 puntos ]

Dadas dos funciones  $f$  y  $g$  derivables, se sabe que la identidad

$$(fg)' = f'g'$$

no se cumple en general. Si se fija  $f(x) = e^{x^2+2x}$ , determina las funciones  $g$  que verifican dicha identidad.