

Maestría en Ciencias de la Computación y Matemáticas Industriales
Proceso de admisión 2020
Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), A.C.
Examen de Matemáticas
(Tiempo: 1.5 horas)

Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- Escribir lo más claro posible para que al digitalizar las respuestas sean legibles.
- Justificar lo más precisamente posible todas sus respuestas..

Problema 1 [0.5 puntos]

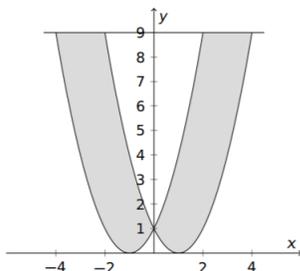
Sean los vectores $v_1 = (1, 2, 3)$ y $v_2 = (1, -2, 1)$. Busca un vector v_3 ortogonal a v_1 y v_2 .

Problema 2 [1.0 puntos]

Si $x^2 + (y - 1)^2 = 2$, determina el valor máximo de $x + y$.

Problema 3 [1.0 puntos]

Calcula el área de la región coloreada en gris en la siguiente figura definida por las funciones $f(x) = (x - 1)^2$ y $g(x) = (x + 1)^2$:



Problema 4 [1.5 puntos]

Define $f(x) = 1$ si $0 \leq x \leq 1$, y $f(x) = 0$ en caso contrario.

Una vez definida $f(x)$, calcula:

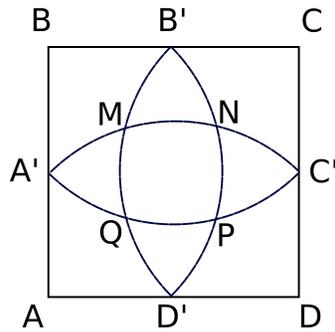
$$h(y) = \int_0^1 f(x)f(y - x)dx$$

Problema 5 [1.0 puntos]

Si después de cinco exámenes, Juanito tiene 8.3 de promedio. ¿Cuál es el número mínimo de exámenes con 10 que necesita para tener un promedio mínimo de 9?

Problema 6 [2.0 puntos]

Sean A' , B' , C' y D' los puntos medios de los lados de un cuadrado $ABCD$. Sea el cuadrado curvilíneo $MNPQ$ que se obtiene de trazar arcos de circunferencias centrados en los puntos A' , B' , C' y D' y que pasan por puntos medios de los lados del cuadrado, según se muestra en la figura. Si la longitud de los lados del cuadrado es igual a ℓ :



- Halla el área del triángulo $A'D'N$ en función de ℓ .
- Halla el área del cuadrado curvilíneo $MNPQ$ en función de ℓ .

Problema 7 [2.0 puntos]

Considera una función multivariable de la forma $Y = F(X) \in \mathbb{R}^2$, con $X = (\theta_1, \theta_2)^T$ donde

$$F(X) = \begin{pmatrix} a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}.$$

- Calcula el Jacobiano $J(X)$ que relaciona los cambios en el tiempo de la variable Y con los cambios en el tiempo de la variable X , esto es:

$$\dot{Y} = J(X)\dot{X}.$$

- Demuestra que el hecho de que el Jacobiano sea singular o no, no depende del valor de la variable θ_1 .