

Maestría en Ciencias con Especialidad en
Computación y Matemáticas Industriales
Proceso de admisión 2023
Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), A.C.
Examen de programación
(Tiempo: 3 horas)

Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- Escriba lo más claro posible para que al digitalizar las respuestas sean legibles.
- Resuelva cada problema en hojas independientes.
- Escriba su nombre en cada hoja.
- No se debería de pasar más de 30 minutos en cada problema.
- Escriba el código lo más claramente posible y especifique el lenguaje/pseudo-código utilizado.
- Si requiere funciones estándar como determinar el máximo o mínimo de dos valores ($\max(a, b)$, $\min(a, b)$), ordenar (`sort`), determinar el tamaño de una cadena de caracteres (`strlen`), obtener el valor absoluto (`abs`), raíz cuadrada (`sqrt`) o logaritmos (`log`) puede utilizarlas sin implementarlas. Será necesario que implemente cualquier función diferente a las mencionadas anteriormente.

Problema 1 [1.5 puntos]

Considere la siguiente expresión:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{1000} \frac{1}{2^n} \sin(2^n x).$$

Desarrolle una función que reciba como parámetros un entero N , un real x_I , otro real Δx , y regrese un vector $A = [f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_N)]$, donde $x_i = x_I$ para $i = 1$, y $x_i = x_{i-1} + \Delta x$ para $1 < i \leq N$.

Problema 2 [1.5 puntos]

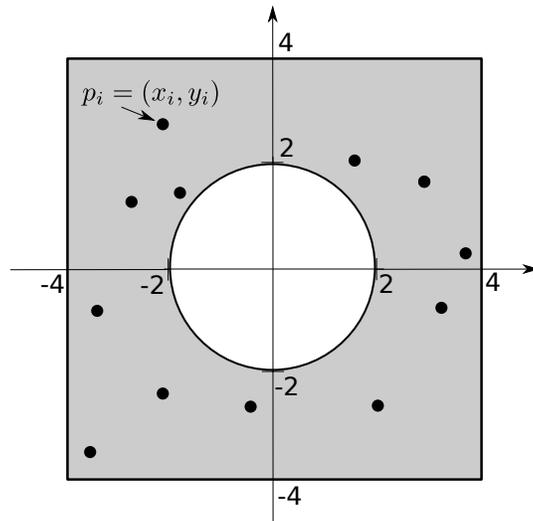
Asuma que **NO** tiene a su disponibilidad librerías de álgebra lineal para realizar operaciones sobre matrices. Dado lo anterior, desarrolle una función que reciba un vector x de dimensión $n \times 1$ y una matriz M de dimensión $n \times n$. Esta función debe regresar `true` si $x^T M x > 0$, o `false` en otro caso.

Ejemplo: para $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, se regresará *false* ya que $x^T M x = 0$.

Problema 3 [2 puntos]

Considere que a usted se le proporciona una función `rand()` que genera un número aleatorio $r \in \mathbb{R}$ en el intervalo $[0, 1]$.

1. Usando la función `rand()`, desarrolle otra función que reciba un número entero N , y que entregue un arreglo $A = [p_1, p_2, \dots, p_N]$, donde cada $p_i = (x_i, y_i)$ es un punto generado aleatoriamente, el cual se encuentre dentro de la región gris (al interior del cuadrado y al exterior del círculo, incluyendo las fronteras tanto del cuadrado como del círculo) mostrada en la figura de abajo.
2. ¿Cómo se podría modificar la función desarrollada para producir una aproximación de π ?



Nota: Recuerde que la distancia Euclidiana entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) se calcula como $d(x_1, y_1, x_2, y_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

Problema 4 [1.5 puntos]

Consideramos la función siguiente (en Python), operando sobre dos *enteros positivos*.

```
def mystery(x, y) :  
    if y==1:  
        return x  
    return x+mystery(x, y-1)
```

¿Qué es el resultado de la llamada `mystery(5,3)`?

¿Qué calcula de manera general `mystery` en función de x y y ?

Problema 5 [2 puntos]

Se dice que dos palabras son *anagramas* si una resulta de la permutación de todas las letras de la otra. Escribir una función que tome de entrada dos cadenas de caracteres mayúsculas y sin acento o carácter especial y que indique con un valor booleano de regreso si las palabras son anagramas o no.

Ejemplo 1: Al aplicar la función a desarrollar a las dos palabras “RODADO” y “DORADO”, se debe devolver `True`.

Ejemplo 2: Al aplicar la función a desarrollar a las dos palabras “CASTOR” y “TOCAR”, se debe devolver `False`.

Problema 6 [1.5 puntos]

En este problema, queremos determinar, para una descripción dada de denominaciones de monedas metálicas, **de cuántas maneras se puede dar un cambio correspondiendo a una suma s .**

Por ejemplo, para un sistema de denominaciones $\{1, 2, 5, 10\}$ (como es en el caso del peso mexicano) y para $s = 9$, la respuesta esperada sería 8 ya que podemos formar este cambio de las 8 siguientes maneras: $\{5, 2, 2\}$, $\{5, 2, 1, 1\}$, $\{5, 1, 1, 1, 1\}$, $\{2, 2, 2, 2, 1\}$, $\{2, 2, 2, 1, 1, 1\}$, $\{2, 2, 1, 1, 1, 1, 1\}$, $\{2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$, $\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$.

Escribir una función que reciba un entero $s \leq 200$ (una suma de dinero correspondiendo a cambio que se quiere regresar), un entero d (un número de denominaciones) y un arreglo de $d \leq 50$ valores enteras positivas distintas e inferiores a 20 $\{m_1, \dots, m_d\}$ y que cuente de cuántas maneras uno puede dar cambio por la suma s con los denominaciones dadas. Podemos suponer que no hay limite en el número de piezas disponibles.

Ejemplo: para $s = 7$, $d = 4$ y denominaciones $\{1, 2, 5, 10\}$, la respuesta esperada sería 6.